

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las siguientes características: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, resolución de ecuaciones, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales ni almacenamiento de datos alfanuméricos. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada.

CALIFICACION: La valoración de cada ejercicio se especifica en el enunciado.

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación Máxima 2 puntos.

Si se tiene el sistema lineal de ecuaciones siguiente, se pide:

$$\begin{cases} 4x + 5y + 2z = -1 \\ 3x + 2y + z = 2 \\ a^2x + 3y + z = 3a \end{cases}$$

- (a) (1.5 puntos) Estudiar si el sistema es compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible en función de los valores del parámetro a .
- (b) (0.5 puntos) Resolver el sistema, si es posible, cuando $a=1$.

Ejercicio 2. Calificación Máxima 2 puntos.

Determinar la posición relativa de los planos plano π_1, π_2 dados por las siguientes ecuaciones:

$$\pi_1 \equiv 3x + 2y - 6z = 7, \quad \pi_2 \equiv 4x - y + z + 2 = 0.$$

Ejercicio 3. Calificación Máxima 2 puntos.

Dada la función de variable real

$$f(x) = \begin{cases} e^{ax} & \text{si } x \leq 0, \\ e^{-ax} & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

- (a) (1 punto) Estudiar para qué valores de a la función $f(x)$ es continua en todo su dominio.
- (b) (1 punto) Estudiar para qué valores de a la función $f(x)$ es derivable en todo su dominio.

Ejercicio 4. Calificación Máxima 2 puntos.

Calcular los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{sen} x}{x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x+5}}{x-7}.$$

Ejercicio 5. Calificación Máxima 2 puntos.

Consideremos la siguiente matriz

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & a-1 \\ 1 & 1 & 0 \\ a+1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) (1 punto) Calcular los valores de a que hacen que C sea inversible.
- (b) (1 punto) Estudiar el rango de A en función de los valores de a .

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación Máxima 2 puntos.

Determinar la posición relativa del plano π y la recta r dadas por las siguientes ecuaciones

$$\pi \equiv x - z - 1 = 0, \quad r \equiv \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = 2 - \lambda \\ z = \lambda \end{cases}.$$

Ejercicio 2. Calificación Máxima 2 puntos.

Se tiene la matriz cuadrada

$$A = \begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & m & 1 \\ 1 & 1 & m \end{pmatrix}.$$

(a) (1 punto) Calcular los valores de m para los que la matriz anterior es inversible.

(b) (1 punto) Calcular, si es posible, la matriz inversa cuando $m=0$.

Ejercicio 3. Calificación Máxima 2 puntos.

Calcular el área de la región encerradas por las funciones $f(x)=3$ y $g(x)=x^2-1$

Ejercicio 4. Calificación Máxima 2 puntos.

Determinar el valor o valores del parámetro a para los que el sistema siguiente es compatible determinado, compatible indeterminado ó incompatible y resolver el sistema cuando $a=1$:

$$\begin{cases} x & -y & & = & 1 \\ x & -5ay & +2az & = & 3 \\ x & +y & +az & = & 0 \end{cases}$$

Ejercicio 5. Calificación Máxima 2 puntos.

Calcular los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-x}{\sqrt{x^2 + \ln(x)}}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-\sqrt{x}}{1-x}.$$